MATEMÁTICAS B

4.º de Educación Secundaria Obligatoria

Unidad 4

Inecuaciones

Manual del alumnado

Curso 2026–2027

Edición V01 · Índice cerrado el 30 de octubre de 2026

Índice

1 Desigualdades y propiedades del orden **2**
1.1 Una solución puede ser un conjunto . . . 2
1.2 Transformaciones permitidas . . . 2
1.3 Por qué se invierte . . . 2
1.4 Practica y razona . . . 2

2 Intervalos, recta real y extremos **4**
2.1 Escribir el conjunto solución . . . 4
2.2 Extremos, puntos aislados y conjunto vacío . . . 4
2.3 Practica y razona . . . 4

3 Inecuaciones de primer grado **6**
3.1 Reducir y despejar . . . 6
3.2 Cuando desaparece la incógnita . . . 6
3.3 Practica y razona . . . 6

4 Sistemas de inecuaciones con una incógnita **8**
4.1 Cada condición aporta un conjunto . . . 8
4.2 Intervalo vacío y punto único . . . 8
4.3 Practica y razona . . . 8

5 Segundo grado: una recta y sustitución en el original **10**
5.1 El método que utilizaremos . . . 10
5.2 Ejemplo con coeficiente principal negativo . . . 10
5.3 Raíz doble y ausencia de raíces . . . 11
5.4 Practica y razona . . . 11

6 Polinomios de grado superior: mismo método **12**
6.1 Localizar raíces y conservar la expresión . . . 12
6.2 Ejemplo con una raíz repetida . . . 12
6.3 Practica y razona . . . 12

7 Inecuaciones racionales: numerador y denominador separados **14**

7.1 Dominio y puntos de separación . . . 14
7.2 Ejemplo completo . . . 14
7.3 Una constante en el otro miembro . . . 15
7.4 Practica y razona . . . 15

8 Inecuaciones lineales con dos incógnitas: semiplanos 16
8.1 La frontera es una recta . . . 16
8.2 Fronteras verticales y horizontales . . . 16
8.3 Practica y razona . . . 16

9 Sistemas con dos incógnitas: región solución 18
9.1 Intersección de semiplanos . . . 18
9.2 Interpretar en contexto . . . 18
9.3 Practica y razona . . . 18

10 Problemas de presupuestos, capacidad y medidas 20
10.1 Traducir expresiones habituales . . . 20
10.2 Viabilidad sin optimización . . . 20
10.3 Practica y razona . . . 20

11 Calculadora y GeoGebra: comprobación del estudio 22
11.1 Comprobar un polinomio . . . 22
11.2 Numerador y denominador en columnas distintas . . . 22
11.3 Semiplanos en GeoGebra . . . 22
11.4 Practica y razona . . . 22

A Formulario y mapa de procedimientos 24
A.1 Propiedades y conjuntos . . . 24
A.2 Inecuaciones polinómicas: método acordado . . . 24
A.3 Racionales: dos estudios separados . . . 24
A.4 Dos incógnitas y contexto . . . 24

B Práctica global 25

C Autoevaluación de 20 preguntas 27

Capítulo 1

Desigualdades y propiedades del orden

1.1 Una solución puede ser un conjunto

Una inecuación compara expresiones mediante $<, >, \leq, \geq$ y pide todos los valores que hacen cierta esa comparación. La solución no suele ser un único número, sino un conjunto. Se comprueba sustituyendo valores del conjunto y valores que deban quedar fuera.

1.2 Transformaciones permitidas

Sumar o restar la misma cantidad conserva el sentido. Multiplicar o dividir por una constante positiva también lo conserva; si la constante es negativa, se invierte.

Ejemplo resuelto

$-2x + 3 \geq 9$ implica $-2x \geq 6$. Al dividir entre -2, se obtiene $x \leq -3$. Para $x = -4$, el miembro izquierdo es $11 \geq 9$; para $x = 0$ es $3 \not\geq 9$.

1.3 Por qué se invierte

Si $a < b$, la diferencia $b - a$ es positiva. Para $c < 0$, el producto $(b - a)(-c) > 0$, lo que equivale a $ac > bc$. No es una regla de memoria sin justificación.

Atención

Multiplicar una inecuación por $x - 1$ sin saber su signo no es una transformación válida en todos los reales. Esta es la razón de estudiar por separado numerador y denominador en las racionales.

1.4 Practica y razona

U04-01

Resuelve $-2x + 3 \geq 9$ y comprueba un valor interior y otro exterior.

(Respuesta: $x \leq -3$.)

U04-02

Si $a < b$ y $c < 0$, compara ac y bc. Ilustra con $a = -5, b = -2, c = -5$.

(Respuesta: $ac > bc$; $25 > 10$.)

U04-03

¿Es válido multiplicar $1/(x-1) > 0$ por $x - 1$ manteniendo siempre el sentido?

(Respuesta: No.)

Resumen del capítulo

Sumar: conservar. Multiplicar por positivo: conservar. Multiplicar por negativo: invertir. Signo desconocido: no multiplicar sin estudio.

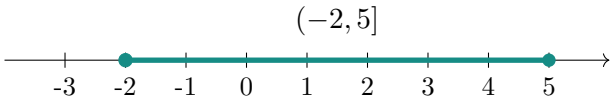
Capítulo 2

Intervalos, recta real y extremos

2.1 Escribir el conjunto solución

Un corchete incluye el extremo; un paréntesis lo excluye. El infinito siempre lleva paréntesis. La intersección exige cumplir simultáneamente dos condiciones; la unión permite cumplir cualquiera de ellas.

Condición	Intervalo
$-2 < x \leq 5$	$(-2, 5]$
$x \leq 3$	$(-\infty, 3]$
$x > 1$	$(1, +\infty)$
$x < 0$ o $x \geq 4$	$(-\infty, 0) \cup [4, +\infty)$



2.2 Extremos, puntos aislados y conjunto vacío

Un punto aislado se escribe $\{a\}$. No tiene sentido escribir (a, a) para incluir ese punto: ese intervalo es vacío. Las soluciones pueden ser $\mathbb{R}$, $\varnothing$, un intervalo, varias partes o un conjunto finito.

Ejemplo resuelto

$[-3, 4) \cap (1, 7] = (1, 4)$. Para la unión $(-\infty, 2] \cup (0, 5)$ se cubren todos los números menores que 5: $(-\infty, 5)$.

2.3 Practica y razona

U04-04

Expresa $-2 < x \leq 5$ y $x \geq 3$ en intervalos.

(Respuesta: $(-2, 5]$ y $[3, +\infty)$.)

U04-05

Calcula $[-3, 4) \cap (1, 7]$ y $(-\infty, 2] \cup (0, 5)$.

(Respuesta: $(1, 4)$ y $(-\infty, 5)$.)

U04-06

Escribe el conjunto formado solo por $x = 2$ y explica por qué $(2, 2)$ no sirve.

(Respuesta: $\{2\}$.)

Resumen del capítulo

Representar → decidir extremos → escribir intervalos. Sistema: intersección. Alternativas: unión.

Capítulo 3

Inecuaciones de primer grado

3.1 Reducir y despejar

Elimina paréntesis y reúne términos. Si aparecen denominadores numéricos positivos, se puede multiplicar por su mínimo común múltiplo sin invertir la desigualdad. El paso decisivo es el signo del coeficiente por el que se divide al final.

Ejemplo resuelto

$3(2x-1)-4 \le 2(x+5)$ da $6x-7 \le 2x+10$, $4x \le 17$ y $x \le 17/4$. Solución $(-\infty, 17/4]$.

Ejemplo resuelto

$\dfrac{x-1}{2} > 3$ implica $x-1>6$, luego $x>7$. El denominador es la constante positiva 2.

3.2 Cuando desaparece la incógnita

$2(x+1) > 2x+1$ se reduce a $2>1$, verdadera: $\mathbb{R}$. $2(x+1) < 2x+1$ queda $2<1$, falsa: $\varnothing$. No se escribe $x=0$ ni se divide por cero.

3.3 Practica y razona

U04-07

Resuelve $3(2x-1)-4 \le 2(x+5)$.

(Respuesta: $(-\infty, 17/4]$.)

U04-08

Resuelve $5-3x > 11$.

(Respuesta: $(-\infty, -2)$.)

U04-09

Resuelve $(x-1)/2 > 3$.

(Respuesta: $(7, +\infty)$.)

U04-10

Resuelve $2(x+1) > 2x+1$ y $2(x+1) < 2x+1$.

(Respuesta: $\mathbb{R}$ y $\varnothing$.)

Resumen del capítulo

Reducir → despejar con atención al signo → intervalo → comprobar la frontera y un valor.

Capítulo 4

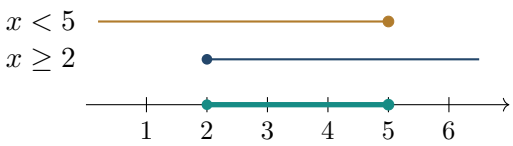
Sistemas de inecuaciones con una incógnita

4.1 Cada condición aporta un conjunto

Un sistema exige que todas las inecuaciones se cumplan. Se resuelve cada una, se representa su conjunto y se toma la intersección. No se mezclan los extremos sin comprobar qué condición es la más restrictiva.

Ejemplo resuelto

$2x - 1 \geq 3$ y $3x + 2 < 17$ dan $x \geq 2$ y $x < 5$. La solución simultánea es $[2, 5)$.



4.2 Intervalo vacío y punto único

$x > 4$ junto con $x \leq 1$ es imposible. $x \geq 2$ junto con $x \leq 2$ solo permite $x = 2$. La igualdad de los extremos no significa necesariamente que no haya solución: depende de si están incluidos.

4.3 Practica y razona

U04-11

Resuelve el sistema $2x - 1 \geq 3$, $3x + 2 < 17$.

(Respuesta: $[2, 5)$.)

U04-12

Resuelve $x > 4$, $x \leq 1$.

(Respuesta: $\varnothing$.)

U04-13

Resuelve $2x \geq 4$, $x + 1 \leq 3$.

(Respuesta: $\{2\}$.)

U04-14

Resuelve $-2x < 6$, $x - 1 \leq 4$.

(Respuesta: $(-3, 5]$.)

Resumen del capítulo

Resolver por separado → dibujar las condiciones → intersecar → revisar extremos.

Capítulo 5

Segundo grado: una recta y sustitución en el original

5.1 El método que utilizaremos

Para estudiar $P(x)\square 0$:

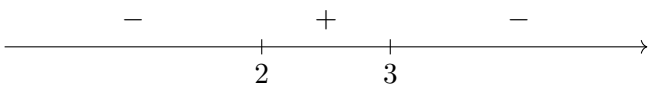
1. Reúne todos los términos en un miembro y conserva el polinomio original completo.
2. Resuelve $P(x) = 0$ para localizar sus raíces reales y colócalas, ordenadas, en una única recta.
3. Elige un número sencillo dentro de cada intervalo y sustitúyelo en **el polinomio original**, no en factores a los que se haya podido omitir un coeficiente.
4. Escribe el signo obtenido sobre esa misma recta. En cada intervalo sin raíces el polinomio conserva el signo.
5. Selecciona los intervalos que cumplen la desigualdad y decide si se incluyen las raíces.

No multiplicaremos signos de factores en este estudio polinómico. La factorización puede ayudar a encontrar raíces, pero no se usa como tabla de signos por factores.

5.2 Ejemplo con coeficiente principal negativo

Ejemplo resuelto

Resolver $-2x^2 + 10x - 12 \geq 0$. Para hallar las raíces podemos dividir la ecuación $P(x) = 0$ entre -2: $x^2 - 5x + 6 = 0$, con raíces $2, 3$. Esa división para localizar ceros no autoriza a olvidar el -2 al estudiar el signo de P.



Una sola recta para $P(x)$

Intervalo	$(-\infty, 2)$	$(2, 3)$	$(3, +\infty)$
Valor elegido	0	$5/2$	4
$P(x) = -2x^2 + 10x - 12$	-12	$1/2$	-4
Signo	$-$	$+$	$-$

Se selecciona la zona positiva y, como se admite igualdad, las dos raíces: $[2, 3]$.

5.3 Raíz doble y ausencia de raíces

Para $P(x) = (x-2)^2$, la única raíz es 2 y se prueba a cada lado: $P(1) = 1$, $P(3) = 1$. El signo no alterna. Para $x^2 + 4x + 5$, no hay raíces reales; basta un valor, por ejemplo $P(0) = 5 > 0$, para conocer el signo de toda la recta. No se inventan puntos de corte.

5.4 Practica y razona

U04-15

Resuelve $x^2 - 9 > 0$ usando la recta y valores de prueba en el original.

(Respuesta: $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$.)

U04-16

Resuelve $-2x^2 + 10x - 12 \geq 0$.

(Respuesta: $[2, 3]$.)

U04-17

Resuelve $x^2 - 4x \leq 0$.

(Respuesta: $[0, 4]$.)

U04-18

Resuelve $-(x-2)^2 \geq 0$ y $-(x-2)^2 < 0$ mediante valores a ambos lados de 2.

(Respuesta: $\{2\}$; $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.)

U04-19

Resuelve $x^2 + 4x + 5 > 0$.

(Respuesta: $\mathbb{R}$.)

Resumen del capítulo

Raíces en una recta → un valor por intervalo → sustituir en P original → signos y extremos.

Capítulo 6

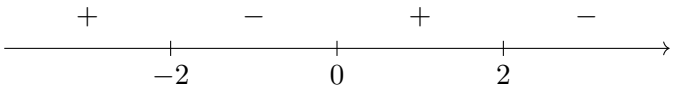
Polinomios de grado superior: mismo método

6.1 Localizar raíces y conservar la expresión

Se pueden usar factor común, identidades o Ruffini para hallar las raíces. Se escriben todas las raíces reales distintas en una sola recta y se elige un punto en cada intervalo. Aunque una raíz sea doble, se comprueba el signo a ambos lados, sin imponer una alternancia automática.

Ejemplo resuelto

Resolver $P(x) = -2x^3 + 8x \geq 0$. Las raíces son $-2, 0, 2$. El coeficiente principal es -2 y se conserva al evaluar cada punto.



Prueba	-3	-1	1	3
$-2x^3 + 8x$	30	-6	6	-30
Signo	$+$	$-$	$+$	$-$

La solución es $(-\infty, -2] \cup [0, 2]$. No se han multiplicado signos de factores.

6.2 Ejemplo con una raíz repetida

Para $Q(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3 = (x-1)^2(x+3)$, las raíces son -3 y 1. Probamos en el original $-4, 0, 2$: $-25, 3, 5$. En $Q \leq 0$ se incluye $(-\infty, -3]$ y además el punto aislado $\{1\}$, aunque a ambos lados de 1 el signo sea positivo.

6.3 Practica y razona

U04-20

Resuelve $-2x^3 + 8x \geq 0$ sin multiplicar signos de factores.

(Respuesta: $(-\infty, -2] \cup [0, 2]$.)

U04-21

Resuelve $x^3 - 4x \geq 0$.

(Respuesta: $[-2, 0] \cup [2, +\infty)$.)

U04-22

Resuelve $x^3 + x^2 - 5x + 3 \leq 0$, sabiendo que sus raíces son -3 y 1, esta última doble.

(Respuesta: $(-\infty, -3] \cup \{1\}$.)

U04-23

Resuelve $x^4 - 2x^2 + 1 > 0$ con pruebas en la expresión original.

(Respuesta: $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.)

Resumen del capítulo

La tabla depende del polinomio original completo. Una raíz repetida no obliga a cambiar de signo; puede producir un punto aislado.

Capítulo 7

Inecuaciones racionales: numerador y denominador separados

7.1 Dominio y puntos de separación

En $N(x)/D(x)\square 0$, los ceros del denominador se excluyen siempre. Hallamos los ceros reales del numerador y del denominador y usamos la misma partición de intervalos para ambos estudios.

1. Tabla del numerador: sustituir un valor de cada intervalo en N original y anotar el signo.
2. Tabla del denominador: usar los mismos intervalos y sustituir en D original.
3. Combinar signos: iguales dan positivo y distintos, negativo. Aquí sí se combinan los signos de numerador y denominador, porque el signo de un cociente es su producto.
4. Revisar por separado los ceros y las exclusiones. Si un factor se cancela, el valor excluido de la expresión original sigue excluido.

7.2 Ejemplo completo

Resolver $\dfrac{-x^2+4}{x-1} \geq 0$. Numerador con ceros $-2, 2$; denominador con cero 1, excluido. Los puntos ordenados son $-2, 1, 2$.

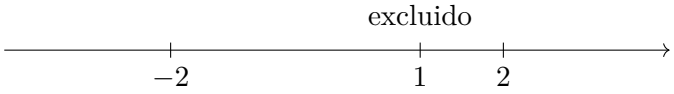


Tabla del numerador: $N(x) = -x^2 + 4$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
Prueba	-3	0	$3/2$	3
$N(x)$	-5	4	$7/4$	-5
Signo de N	$-$	$+$	$+$	$-$

Tabla del denominador: $D(x) = x - 1$

Intervalo	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 2)$	$(2, +\infty)$
Prueba	-3	0	$3/2$	3
$D(x)$	-4	-1	$1/2$	2
Signo de D	$-$	$-$	$+$	$+$

Combinación de signos

Intervalo	$(-\infty,-2)$	$(-2,1)$	$(1,2)$	$(2,+\infty)$
N/D	$+$	$-$	$+$	$-$

La solución es $(-\infty,-2]\cup(1,2]$. Los ceros $-2,2$ son admisibles y se incluyen; 1 nunca se incluye.

7.3 Una constante en el otro miembro

Para $x/(x-1)\le 2$, con $x\neq 1$, llevar todo a un miembro produce $(2-x)/(x-1)\le 0$. El estudio sigue separando numerador y denominador. Esta reducción se explica en inecuaciones; no introduce sumas de fracciones en las ecuaciones racionales de U3.

7.4 Practica y razona

U04-24

Resuelve $(x-2)/(x+1)>0$ con estudios separados.

(Respuesta: $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.)

U04-25

Resuelve $(-x^2+4)/(x-1)\ge 0$.

(Respuesta: $(-\infty,-2]\cup(1,2]$.)

U04-26

Resuelve $(x^2-1)/(x-1)\le 0$ conservando el dominio original.

(Respuesta: $(-\infty,-1]$.)

U04-27

Resuelve $(x-2)^2/(x+1)\le 0$.

(Respuesta: $(-\infty,-1)\cup\{2\}$.)

U04-28

Resuelve $x/(x-1)\le 2$.

(Respuesta: $(-\infty,1)\cup[2,+\infty)$.)

Resumen del capítulo

Tabla de N y tabla de D con intervalos alineados → combinar signos → ceros admisibles y denominadores siempre excluidos.

Capítulo 8

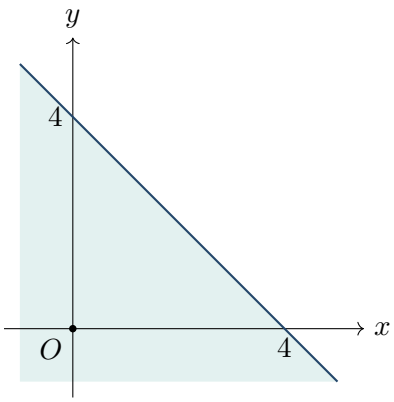
Inecuaciones lineales con dos incógnitas: semiplanos

8.1 La frontera es una recta

En $ax + by \leq c$, la igualdad $ax + by = c$ delimita dos semiplanos. Se dibuja la recta y se comprueba un punto que no esté sobre ella, frecuentemente $(0, 0)$. Si cumple la desigualdad, se elige su lado; si no, el opuesto. La frontera se incluye para $\leq, \geq$ y se dibuja continua. Para $<, >$ se excluye y se dibuja discontinua.

Ejemplo resuelto

$x + y \leq 4$: la frontera pasa por $(4, 0)$ y $(0, 4)$. El origen cumple $0 \leq 4$, así que se sombrea su lado y se incluye la recta.



8.2 Fronteras verticales y horizontales

$x \geq 2$ selecciona el lado derecho de la recta vertical $x = 2$; $y < 3$, el lado inferior de $y = 3$, excluyendo la frontera. No siempre se puede o conviene despejar y.

8.3 Practica y razona

U04-29

Describe y representa el semiplano $x + y \leq 4$. ¿Pertenecen $(0, 0)$, $(3, 2)$ y $(2, 2)$?

(Respuesta: Pertenecen $(0,0)$ y $(2,2)$; $(3,2)$ no.)

U04-30

Describe $x \geq 2$ y $y < 3$, indicando el tipo de frontera.

(Respuesta: Derecha de $x = 2$, continua; debajo de $y = 3$, discontinua.)

U04-31

Para $2x - y > 1$, indica qué lado de la frontera debe elegirse.

(Respuesta: $y < 2x - 1$, sin la recta.)

Resumen del capítulo

Recta frontera → punto de prueba → semiplano correcto → frontera incluida o excluida.

Capítulo 9

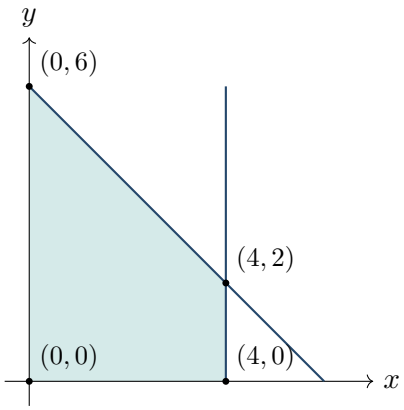
Sistemas con dos incógnitas: región solución

9.1 Intersección de semiplanos

La región solución contiene los puntos que cumplen todas las restricciones. Se dibuja cada frontera, se identifica su semiplano y se conserva la zona común. La región puede ser acotada, no acotada o vacía.

Ejemplo resuelto

$x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 6$ y $x \leq 4$ delimitan un polígono de vértices $(0,0), (4,0), (4,2), (0,6)$. Cada vértice se obtiene cruzando las fronteras pertinentes y se verifica en todas las desigualdades.



9.2 Interpretar en contexto

Si x, y cuentan objetos, las soluciones son puntos de coordenadas enteras de la región. El dibujo continuo permite visualizar las restricciones, pero no convierte medio objeto en una solución del problema. No se incluye programación lineal con función objetivo ni búsqueda de máximos y mínimos. Se estudia la región de viabilidad y la pertenencia de puntos.

9.3 Practica y razona

U04-32

Halla los vértices de $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6, x \leq 4$.

(Respuesta: $(0,0), (4,0), (4,2), (0,6)$.)

U04-33

En la región anterior, comprueba $(3,2)$, $(5,0)$ y $(2,5)$.

(Respuesta: Solo pertenece $(3,2)$.)

U04-34

Describe el sistema $x \geq 0, y \geq 0, x + y < 4$ cuando x, y cuentan objetos. ¿Sirve $(2,2)$?

(Respuesta: Puntos enteros no negativos con suma menor que 4; $(2,2)$ no sirve.)

Resumen del capítulo

Resolver fronteras → intersecar semiplanos → comprobar puntos y vértices → interpretar coordenadas.

Capítulo 10

Problemas de presupuestos, capacidad y medidas

10.1 Traducir expresiones habituales

Como máximo se traduce por $\leq$; al menos, por $\geq$; menos de, por $<$; más de, por $>$. Añade restricciones de signo, integridad o unidades. El mayor valor entero admisible puede ser diferente del extremo real.

Ejemplo resuelto

Una salida tiene coste fijo de 20 euros y 15 euros por participante. Con presupuesto de 155 euros: $20 + 15n \leq 155$ da $n \leq 9$. En contexto $n \in \mathbb{Z}$, $n \geq 0$, por tanto como máximo nueve participantes.

Ejemplo resuelto

Un rectángulo tiene lados x y $10 - x$ m. Se exige área al menos 21 m^2. $x(10 - x) \geq 21$ equivale a $-x^2 + 10x - 21 \geq 0$. Raíces $3, 7$. En el original reducido, probamos $0, 5, 8$: $-21, 4, -5$. La solución es $[3, 7]$, dentro de $0 < x < 10$.

10.2 Viabilidad sin optimización

Si se compran x objetos de 3 euros y y de 5, con presupuesto 30 y capacidad de ocho objetos, las condiciones son $3x + 5y \leq 30$, $x + y \leq 8$, $x, y \geq 0$ enteros. Comprobar una propuesta exige verificar todas las restricciones.

10.3 Practica y razona

U04-35

Una actividad cuesta 20 euros fijos y 15 por persona. Con 155 euros, ¿cuántas personas como máximo?

(Respuesta: 9.)

U04-36

Un vehículo admite 750 kg. Conduce una persona de 75 kg y cada caja pesa 28 kg. ¿Cuántas cajas como máximo?

(Respuesta: 24.)

U04-37

Un rectángulo de lados x y $10 - x$ m debe tener área al menos 21 m^2. Halla x.

(Respuesta: $[3, 7]$ m.)

U04-38

Se compran objetos de 3 y 5 euros con presupuesto de 30 euros y máximo ocho objetos. Plantea el sistema y comprueba $(x, y) = (5, 3)$ y $(4, 2)$.

(Respuesta: $3x + 5y \leq 30$, $x + y \leq 8$, $x, y \geq 0$ enteros; ambas propuestas sirven.)

Resumen del capítulo

Lenguaje → desigualdad → restricciones del contexto → conjunto admisible → respuesta.

Capítulo 11

Calculadora y GeoGebra: comprobación del estudio

11.1 Comprobar un polinomio

En la fx-991SP CW abre HOME, Inecuación; en fx-570SP X II, MENU, Inecuación. Para las inecuaciones polinómicas admitidas por la aplicación, selecciona grado y tipo de desigualdad e introduce todos los coeficientes con sus signos. No sustituyas la tabla razonada por la salida de la máquina. Para $-2x^2+10x-12\geq 0$, introduce $-2, 10, -12$ y elige ≥ 0. Se espera $2\leq x\leq 3$. También puedes usar Tabla o Calcular para verificar los valores $P(0), P(5/2), P(4)$.

11.2 Numerador y denominador en columnas distintas

En una hoja de cálculo, escribe valores de prueba y calcula $N(x)$ y $D(x)$ en columnas separadas. Marca primero los puntos donde $D=0$. No se interpreta un error de división por cero como un extremo que pueda incluirse.

11.3 Semiplanos en GeoGebra

Introduce las desigualdades con sus signos, por ejemplo `x >= 0`, `y >= 0`, `x + y <= 6`, `x <= 4`. Para localizar vértices se pueden introducir además las rectas frontera y usar Intersección. Comprueba sus coordenadas en las desigualdades originales. El color mostrado no sustituye la decisión sobre fronteras estrictas, valores excluidos o puntos enteros. Las funciones de las calculadoras se han contrastado documentalmente, sin prueba en hardware; los ejemplos de GeoGebra son instrucciones y esquemas, no capturas de una sesión ejecutada.

11.4 Practica y razona

U04-39

Indica los coeficientes y el signo que introducirías para comprobar $-2x^2+10x-12\geq 0$.

(Respuesta: $-2, 10, -12$; signo ≥ 0; resultado $[2, 3]$.)

U04-40

Una pantalla muestra la región $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6, x \leq 4$. ¿Basta su color para afirmar que $(5, 0)$ sirve?

(Respuesta: No: el punto incumple $x \leq 4$.)

Resumen del capítulo

Procedimiento a mano → entrada fiel → contraste tecnológico → explicación de coincidencias o errores.

Formulario y mapa de procedimientos

A.1 Propiedades y conjuntos

Sumar o restar la misma cantidad conserva la desigualdad. Multiplicar o dividir por una constante positiva conserva el sentido; si es negativa, lo invierte. Con una expresión de signo desconocido no se multiplica sin separar los casos pertinentes.

Paréntesis: extremo excluido; corchete: incluido. Infinito siempre abierto. Sistema: intersección; alternativas: unión. Un punto aislado se escribe $\{a\}$.

A.2 Inecuaciones polinómicas: método acordado

1. Llevar a $P(x)\square 0$ y conservar el polinomio original reducido completo.
2. Localizar todas sus raíces reales y ordenarlas en una única recta.
3. Elegir un punto de cada intervalo y sustituirlo en el original, con su coeficiente principal.
4. Anotar el signo sobre la recta, sin multiplicar signos de factores.
5. Seleccionar intervalos; incluir las raíces para $\leq, \geq$, cuando corresponda.

Las raíces dobles pueden no cambiar el signo: se comprueba. Si no hay raíces, el signo es constante en toda la recta. Una inecuación no estricta puede incluir puntos aislados.

A.3 Racionales: dos estudios separados

En $N(x)/D(x)\square 0$, excluir siempre $D(x) = 0$. Unificar los intervalos delimitados por ceros de N y D. Hacer una tabla para N y otra para D, sustituyendo en sus expresiones originales. Combinar después: signos iguales dan positivo, distintos negativo. Aquí sí se multiplican los signos de numerador y denominador.

Los ceros de N se incluyen solo si la desigualdad admite igualdad y $D \neq 0$. Los ceros de D nunca se incluyen, aunque se pueda cancelar un factor.

A.4 Dos incógnitas y contexto

Dibujar recta frontera, probar un punto y elegir semiplano. Frontera continua para $\leq, \geq$; discontinua para $<, >$. En sistemas, intersecar semiplanos y verificar cada vértice o propuesta. Si las variables cuentan objetos, seleccionar puntos enteros no negativos. No se incluye optimización mediante programación lineal.

Resumen del capítulo

Localizar fronteras → comprobar signos o semiplanos → combinar condiciones → revisar extremos, dominio y contexto.

Apéndice B

Práctica global

Resuelve con el método acordado, explica cada paso y comprueba tus resultados.

U04-G01

Resuelve $4 - 2x \leq 10$.

(Respuesta: $[-3, +\infty)$.)

U04-G02

Resuelve el sistema $x + 2 > 0$, $2x \leq 6$.

(Respuesta: $(-2, 3]$.)

U04-G03

Resuelve $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$ con valores de prueba en el original.

(Respuesta: $[2, 4]$.)

U04-G04

Resuelve $(x - 1)^2 \leq 0$.

(Respuesta: $\{1\}$.)

U04-G05

Resuelve $(x + 2)/(x - 3) \geq 0$ con dos tablas separadas.

(Respuesta: $(-\infty, -2] \cup (3, +\infty)$.)

U04-G06

Resuelve $-x^2 - 1 < 0$.

(Respuesta: $\mathbb{R}$.)

U04-G07

Comprueba $(1, 2)$ y $(3, 3)$ en $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 4$.

(Respuesta: El primero pertenece y el segundo no.)

U04-G08

Una compra tiene 12 euros de envío y cada libro cuesta 8 euros. Con 70 euros, ¿cuántos libros como máximo?

(Respuesta: 7.)

Apéndice C

Autoevaluación de 20 preguntas

Una sola respuesta correcta. Anota tus elecciones y justifica las que te hayan generado dudas. La clave está exclusivamente en el documento docente.

Pregunta 1

Al dividir una inecuación entre -2:

A) Se conserva siempre el signo

B) Se cambia a igualdad

C) Se invierte el sentido

D) Se elimina el término independiente

Pregunta 2

$x \leq 3$ se escribe:

A) $(-\infty, 3]$

B) $(3, +\infty)$

C) $(-\infty, 3)$

D) $[-\infty, 3]$

Pregunta 3

$5 - 3x > 11$ equivale a:

A) $x > 2$

B) $x < -6$

C) $x > -2$

D) $x < -2$

Pregunta 4

En un sistema de inecuaciones se toma:

A) La unión siempre

B) La intersección

C) La suma de extremos

D) Solo la primera solución

Pregunta 5

$x \geq 2$ y $x \leq 2$ tiene solución:

A) Vacía

B) $\mathbb{R}$

C) $\{2\}$

D) $(2, 2)$

Pregunta 6

Para estudiar el signo polinómico según el método de clase se sustituye en:

A) El polinomio original

B) Solo un factor

C) El polinomio sin coeficiente principal

D) La derivada

Pregunta 7

Para $P(x) = -2x^2 + 10x - 12$, $P(0)$ vale:

A) 12

B) 6

C) 0

D) -12

Pregunta 8

La solución de $-2x^2 + 10x - 12 \geq 0$ es:

A) $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$

B) $[2, 3]$

C) $(2, 3)$

D) $\mathbb{R}$

Pregunta 9

Una raíz doble de un polinomio:

A) Obliga a alternar signos

B) Nunca puede ser solución

C) Puede no cambiar el signo

D) Anula todos los intervalos

Pregunta 10

La solución de $-(x-2)^2 \geq 0$ es:

A) $\{2\}$

B) $\mathbb{R}$

C) Vacía

D) $(-\infty, 2)$

Pregunta 11

$x^2 + 4x + 5 > 0$ tiene solución:

A) Vacía

B) Solo cero

C) Solo positivos

D) $\mathbb{R}$

Pregunta 12

En una inecuación racional, un cero del denominador:

A) Puede incluirse si hay $\leq$

B) Siempre queda excluido

C) Se incluye si el numerador también es cero

D) Es una raíz del cociente

Pregunta 13

Para estudiar N/D trabajaremos:

A) Solo con el numerador

B) Solo con el denominador

C) Con tablas separadas de N y D

D) Multiplicando en cruz sin condiciones

Pregunta 14

Un cociente de numerador negativo y denominador negativo tiene signo:

A) Positivo

B) Negativo

C) Cero

D) Indefinido siempre

Pregunta 15

La solución de $(x-2)/(x+1) > 0$ es:

A) $(-1, 2)$

B) $[-1, 2]$

C) $[2, +\infty)$

D) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

Pregunta 16

La frontera de $x + y < 4$ se dibuja:

A) Continua e incluida

B) Discontinua y excluida

C) Como un punto

D) Sin recta

Pregunta 17

El punto $(3, 2)$ cumple $x + y \leq 4$:

A) Sí, por ser positivo

B) Sí, por estar en el primer cuadrante

C) No, porque $5 > 4$

D) Solo con igualdad

Pregunta 18

La condición $x \geq 2$ representa:

A) El semiplano derecho de $x = 2$, incluida la recta

B) El lado izquierdo

C) Solo la recta

D) $y \geq 2$

Pregunta 19

Si x, y cuentan objetos, se admiten:

A) Todas las coordenadas reales de la región

B) Solo las negativas

C) Siempre fracciones de objeto

D) Puntos de coordenadas enteras no negativas

Pregunta 20

$75 + 28n \leq 750$ con n entero no negativo admite como máximo:

A) 25

B) 24

C) 23

D) 28

Revisión personal

Selecciona dos respuestas y explica el procedimiento. Anota un error detectado y una acción concreta para mejorar. No cambies la respuesta sin explicar qué has revisado.