MATEMÁTICAS B

4.º de Educación Secundaria Obligatoria

Unidad 3

Ecuaciones y sistemas

Manual del alumnado

Curso 2026–2027

Edición V01 · Índice cerrado el 30 de octubre de 2026

Índice

1 Ecuaciones: soluciones y equivalencia **2**
1.1 Qué significa resolver . . . 2
1.2 Identidad, contradicción y transformación equivalente . . . 2
1.3 Practica y razona . . . 2

2 Ecuaciones de primer grado **4**
2.1 Un procedimiento ordenado . . . 4
2.2 Denominadores numéricos . . . 4
2.3 Detectar casos especiales . . . 4
2.4 Practica y razona . . . 4

3 Segundo grado: fórmula, clasificación y significado gráfico **6**
3.1 Forma general y fórmula . . . 6
3.2 Número de soluciones reales . . . 6
3.3 Ecuaciones incompletas . . . 7
3.4 Practica y razona . . . 7

4 Relaciones de Cardano–Viète y aplicaciones **8**
4.1 Suma y producto de las raíces . . . 8
4.2 Construir una ecuación . . . 8
4.3 Conocer una raíz y hallar la otra . . . 8
4.4 Practica y razona . . . 9

5 Ecuaciones de grado superior y bicuadradas **10**
5.1 Factorizar sin perder raíces . . . 10
5.2 Bicuadradas . . . 10
5.3 Practica y razona . . . 10

6 Ecuaciones racionales: una fracción en cada miembro **12**
6.1 Alcance de este capítulo . . . 12
6.2 Multiplicación en cruz y restricciones . . . 12
6.3 Candidatas excluidas e identidades restringidas . . . 12
6.4 Practica y razona . . . 13

7 Ecuaciones con radicales **14**
7.1 Condiciones antes de elevar al cuadrado . . . 14
7.2 Cuando el radical no está aislado . . . 14
7.3 Practica y razona . . . 14

8 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas **16**
8.1 Igualar bases o aplicar logaritmos . . . 16
8.2 Argumentos positivos . . . 16
8.3 Practica y razona . . . 16

9 Sistemas lineales de dos ecuaciones **18**
9.1 Sustitución, igualación y reducción . . . 18
9.2 Interpretación gráfica y clasificación . . . 18
9.3 Practica y razona . . . 19

10 Sistemas no lineales sencillos **20**
10.1 Sustituir y recuperar cada pareja . . . 20
10.2 Conectar con Viète y la geometría . . . 20
10.3 Practica y razona . . . 20

11 Problemas contextualizados **22**
11.1 Del enunciado a las ecuaciones . . . 22
11.2 Movimiento sin sumas de fracciones algebraicas . . . 22
11.3 Tarea en parejas . . . 22
11.4 Practica y razona . . . 22

12 Calculadora: resolver y comprobar **24**
12.1 Ecuaciones polinómicas . . . 24
12.2 Sistemas lineales . . . 24
12.3 Interpretar la salida . . . 24
12.4 Registro de comprobación . . . 24
12.5 Practica y razona . . . 24

A Formulario y mapa de resolución **26**
A.1 Ecuaciones . . . 26
A.2 Dominio y operaciones . . . 26
A.3 Sistemas y problemas . . . 26

B Práctica global **27**

C Autoevaluación de 20 preguntas **29**

Capítulo 1

Ecuaciones: soluciones y equivalencia

1.1 Qué significa resolver

Una ecuación es una igualdad que contiene incógnitas. Una solución es un valor que hace verdaderos ambos miembros y para el que están definidas todas las operaciones. El conjunto solución recoge todos esos valores, no solo el primero encontrado.

Ejemplo resuelto

En $2x + 3 = 11$, $x = 4$ es solución porque $2 \cdot 4 + 3 = 11$. En $x^2 = 9$ hay dos soluciones, -3 y 3, mientras que $x^2 = -9$ no tiene soluciones reales. Trabajamos siempre en $\mathbb{R}$.

1.2 Identidad, contradicción y transformación equivalente

$2(x+1) = 2x+2$ es una identidad: se verifica para todos los reales. $x+1 = x+3$ es una contradicción: conduce a $1 = 3$. Dos ecuaciones son equivalentes si tienen exactamente el mismo conjunto solución. Sumar la misma expresión definida en ambos miembros o multiplicarlos por una constante no nula conserva las soluciones. Dividir por una expresión con incógnita requiere comprobar que no sea cero; de lo contrario se pueden perder soluciones.

Ejemplo resuelto

$x(x-2) = 0$ tiene soluciones 0 y 2. Dividir directamente por x deja $x - 2 = 0$ y pierde la raíz 0. La propiedad del producto nulo permite conservar los dos casos.

Atención

Elevar al cuadrado puede introducir candidatas falsas. Multiplicar por un denominador exige conservar sus valores excluidos. Después de resolver se vuelve a la igualdad original.

1.3 Practica y razona

U03-01

Comprueba cuáles de $-3, 0, 3$ resuelven $x^2 = 9$.

(Respuesta: -3 y 3.)

U03-02

Clasifica $2(x+1) = 2x+2$ y $x+1 = x+3$ según su conjunto solución.

(Respuesta: $\mathbb{R}$ y $\varnothing$.)

U03-03

Resuelve $x(x-2) = 0$ y explica por qué no debes dividir directamente por x.

(Respuesta: $x = 0$ o $x = 2$.)

Resumen del capítulo

Igualdad definida → transformaciones justificadas → todas las candidatas → comprobación.

Capítulo 2

Ecuaciones de primer grado

2.1 Un procedimiento ordenado

Elimina paréntesis, reduce términos semejantes y reúne incógnitas y números. Una ecuación lineal termina en $ax = b$. Si $a \neq 0$, $x = b/a$. Si $a = 0$, se comprueba si la igualdad numérica es verdadera o imposible.

Ejemplo resuelto

$3(2x-1)-4 = 2(x+5)$ da $6x-7 = 2x+10$, por tanto $4x = 17$ y $x = 17/4$. Sustituyendo, ambos miembros valen $37/2$.

2.2 Denominadores numéricos

Aquí los denominadores son constantes no nulas. Podemos multiplicar ambos miembros por su mínimo común múltiplo. No son ecuaciones racionales con la incógnita en el denominador.

Ejemplo resuelto

$\frac{x-1}{2} = \frac{x+3}{3}$ se multiplica por 6: $3(x-1) = 2(x+3)$. Así $3x-3 = 2x+6$ y $x = 9$. Comprobación: los dos miembros valen 4.

2.3 Detectar casos especiales

Si desaparece la incógnita, no se puede dividir por cero. Por ejemplo, $2(x+1) = 2x+5$ lleva a $2 = 5$ y no tiene solución; $3(x-2) = 3x-6$ es una identidad.

2.4 Practica y razona

U03-04

Resuelve $5x - 12 = 3x + 4$.

(Respuesta: $x = 8$.)

U03-05

Resuelve $3(2x-1) - 4 = 2(x+5)$.

(Respuesta: $x = 17/4$.)

U03-06

Resuelve $(x - 1)/2 = (x + 3)/3$.

(Respuesta: $x = 9$.)

U03-07

Resuelve $2(x + 1) = 2x + 5$ y $3(x - 2) = 3x - 6$.

(Respuesta: $\varnothing$ y $\mathbb{R}$.)

Resumen del capítulo

Paréntesis $\rightarrow$ términos semejantes $\rightarrow$ $ax = b$ $\rightarrow$ distinguir $a = 0$ $\rightarrow$ comprobar.

Capítulo 3

Segundo grado: fórmula, clasificación y significado gráfico

3.1 Forma general y fórmula

Una ecuación de segundo grado se escribe $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$. Antes de identificar a, b, c hay que pasar todos los términos a un miembro y reducir. Se calcula

$$\Delta = b^2 - 4ac, \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

El denominador $2a$ divide a todo el numerador. Si falta un término, su coeficiente es cero.

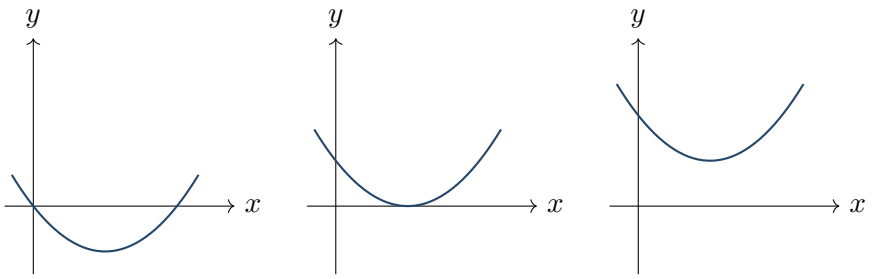
Ejemplo resuelto

$2x^2 - 5x - 3 = 0$: $a = 2$, $b = -5$, $c = -3$. $\Delta = 25 + 24 = 49$. Las raíces son $(5 + 7)/4 = 3$ y $(5 - 7)/4 = -1/2$.

3.2 Número de soluciones reales

Discriminante	Soluciones reales	Gráfica de $y = ax^2 + bx + c$
$\Delta > 0$	Dos distintas	Dos cortes con el eje X
$\Delta = 0$	Una doble	Un contacto en el vértice
$\Delta < 0$	Ninguna	No corta el eje X

Una raíz doble cuenta como una única solución real distinta. La parábola abre hacia arriba si $a > 0$ y hacia abajo si $a < 0$; la apertura no cambia el significado del número de cortes.



Dos cortes Un contacto Sin cortes

Las curvas representadas son $y = (x - 1)^2 - 1$, $y = (x - 1)^2$ y $y = (x - 1)^2 + 1$, respectivamente.

3.3 Ecuaciones incompletas

Si $c = 0$, se saca factor común: $ax^2 + bx = x(ax + b)$. Si $b = 0$, se despeja $x^2 = -c/a$: según el signo de ese valor aparecen dos, una o ninguna solución real.

Ejemplo resuelto

$3x^2 - 12 = 0$ da $x^2 = 4$ y $x = \pm 2$. $x^2 + 4 = 0$ no tiene solución real porque un cuadrado nunca es negativo. $2x^2 - 6x = 0$ da $2x(x - 3) = 0$: raíces 0 y 3.

3.4 Practica y razona

U03-08

Resuelve $2x^2 - 5x - 3 = 0$ y describe los cortes de su parábola con el eje X.

(Respuesta: $3, -1/2$; dos cortes.)

U03-09

Clasifica y resuelve $x^2 - 4x + 4 = 0$ y $x^2 + 4x + 8 = 0$.

(Respuesta: $x = 2$ doble; la segunda no tiene raíces reales.)

U03-10

Resuelve $3x^2 - 12 = 0$ y $2x^2 - 6x = 0$.

(Respuesta: ± 2; $0, 3$.)

U03-11

Determina según k el número de soluciones reales de $x^2 - 4x + k = 0$.

(Respuesta: Dos si $k < 4$; una doble si $k = 4$; ninguna si $k > 4$.)

U03-12

Una parábola toca el eje X en $(3, 0)$. Escribe una posible ecuación de segundo grado asociada.

(Respuesta: $(x - 3)^2 = 0$, es decir $x^2 - 6x + 9 = 0$.)

Resumen del capítulo

Forma general $\to a, b, c \to$ discriminante $\to$ número de raíces $\leftrightarrow$ cortes con el eje X.

Capítulo 4

Relaciones de Cardano–Viète y aplicaciones

4.1 Suma y producto de las raíces

Si $ax^2 + bx + c = 0$ tiene raíces reales x_1, x_2, contando la doble dos veces, entonces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

En efecto, $a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2$. Al comparar coeficientes aparecen las relaciones. Aquí se estudian estas relaciones de segundo grado, no las fórmulas de resolución de cúbicas.

Ejemplo resuelto

Para $2x^2 - 5x - 3 = 0$, las raíces 3 y $-1/2$ suman $5/2$ y multiplicadas dan $-3/2$, como indican $-b/a$ y c/a. Es un control útil de signos.

4.2 Construir una ecuación

Con raíces r, s, una ecuación mónica es $x^2 - (r + s)x + rs = 0$. Multiplicar toda la ecuación por una constante no nula conserva las soluciones.

Ejemplo resuelto

Raíces 2 y 5: suma 7, producto 10. La ecuación es $x^2 - 7x + 10 = 0$. También sirve $3x^2 - 21x + 30 = 0$, pero no $3x^2 - 7x + 10 = 0$.

4.3 Conocer una raíz y hallar la otra

Ejemplo resuelto

En $2x^2 + 3x - 2 = 0$ se conoce $x_1 = -2$. Como el producto es -1, la otra raíz verifica $(-2)x_2 = -1$ y es $x_2 = 1/2$. La suma $-2 + 1/2 = -3/2$ confirma el resultado.

Se pueden usar las relaciones para números cuya suma y producto se conocen, para hallar un parámetro o para verificar una solución calculada. Si una ecuación no tiene raíces reales, no se interpretan como dos medidas reales de un problema.

4.4 Practica y razona

U03-13

Sin resolver con fórmula, indica suma y producto de las raíces de $3x^2 - 12x + 9 = 0$. Comprueba con sus raíces.

(Respuesta: Suma 4, producto 3; raíces $1, 3$.)

U03-14

Construye una ecuación mónica cuyas raíces sean -2 y 5.

(Respuesta: $x^2 - 3x - 10 = 0$.)

U03-15

En $2x^2 + 3x - 2 = 0$, una raíz es -2. Calcula la otra mediante Viète.

(Respuesta: $1/2$.)

U03-16

La ecuación $x^2 - kx + 12 = 0$ tiene raíz 3. Halla la otra raíz y k.

(Respuesta: La otra es 4; $k = 7$.)

U03-17

Dos números positivos suman 9 y su producto es 20. Hállalos.

(Respuesta: 4 y 5.)

Resumen del capítulo

Suma $= -b/a$; producto $= c/a$. Construcción: $x^2 - Sx + P = 0$. Conservar siempre el coeficiente principal.

Capítulo 5

Ecuaciones de grado superior y bicuadradas

5.1 Factorizar sin perder raíces

Una ecuación $P(x)=0$ puede resolverse factorizando. Localizamos raíces mediante identidades, factor común o Ruffini y aplicamos el producto nulo. No dividimos por un factor sin estudiar cuándo vale cero.

Ejemplo resuelto

$x^3-4x^2+x+6=0$. La raíz 2 permite obtener $(x-2)(x^2-2x-3)=0$, que se convierte en $(x-2)(x-3)(x+1)=0$. Soluciones $2, 3, -1$.

5.2 Bicuadradas

En $ax^4+bx^2+c=0$ hacemos $t=x^2\geq 0$. Se resuelve la cuadrática en t y se vuelve a x. Un $t>0$ produce $\pm\sqrt{t}$; $t=0$ produce $x=0$; un $t<0$ no produce soluciones reales.

Ejemplo resuelto

$x^4-5x^2+4=0$ lleva a $t^2-5t+4=0$, cuyas raíces son 1 y 4. Volviendo, $x=\pm 1, \pm 2$. En $x^4+x^2-2=0$, las raíces de $t^2+t-2=0$ son $1, -2$; solo $t=1$ es admisible y da $x=\pm 1$.

5.3 Practica y razona

U03-18

Resuelve $x^3-4x^2+x+6=0$.

(Respuesta: $-1, 2, 3$.)

U03-19

Resuelve $x^4-10x^2+9=0$.

(Respuesta: $-3, -1, 1, 3$.)

U03-20

Resuelve $x^4 + x^2 - 2 = 0$.

(Respuesta: $x = \pm 1$.)

U03-21

Resuelve $x^2(x - 4) = 0$ e indica cuántas soluciones distintas tiene.

(Respuesta: $0, 4$; dos distintas.)

Resumen del capítulo

Factorizar $\rightarrow$ anular factores. Bicuadrada: $t = x^2 \geq 0 \rightarrow$ resolver $\rightarrow$ volver a x.

Capítulo 6

Ecuaciones racionales: una fracción en cada miembro

6.1 Alcance de este capítulo

Se trabaja solamente $A(x)/B(x) = k$ o $A(x)/B(x) = C(x)/D(x)$. Cada miembro contiene una única fracción o un número. No se plantean sumas ni restas de fracciones algebraicas ni se necesita buscar un denominador común.

6.2 Multiplicación en cruz y restricciones

Primero se exige $B(x) \neq 0$ y, cuando lo haya, $D(x) \neq 0$. Después:

$$\frac{A(x)}{B(x)} = k \iff A(x) = kB(x), \qquad \frac{A(x)}{B(x)} = \frac{C(x)}{D(x)} \iff A(x)D(x) = B(x)C(x),$$

siempre dentro del dominio inicial. Un número k puede interpretarse como $k/1$.

Ejemplo resuelto

$\dfrac{x+1}{x-2} = 2$: se excluye $x = 2$. Multiplicando en cruz: $x+1 = 2(x-2)$, luego $x = 5$. La comprobación da $6/3 = 2$.

Ejemplo resuelto

$\dfrac{2}{x-2} = \dfrac{1}{x+1}$: $x \neq 2, -1$. En cruz, $2(x+1) = x-2$, luego $x = -4$. En la original, ambos miembros valen $-1/3$.

6.3 Candidatas excluidas e identidades restringidas

Ejemplo resuelto

$\dfrac{x^2-1}{x-1} = 2$, con $x \neq 1$, produce $x^2 - 1 = 2x - 2$, es decir $(x-1)^2 = 0$. Su única candidata es 1, excluida: no hay solución. En cambio $\dfrac{x-2}{x-2} = 1$ se verifica para todo $x \neq 2$, pero nunca en $x = 2$.

Atención

Aquí sí se puede multiplicar en cruz conservando el dominio porque se trata de una igualdad. En una inecuación no puede hacerse lo mismo con un denominador de signo desconocido.

6.4 Practica y razona

U03-22

Resuelve $\dfrac{x+1}{x-2} = 2$.

(Respuesta: $x = 5$, con $x \neq 2$.)

U03-23

Resuelve $\dfrac{3}{x} = \dfrac{1}{2}$.

(Respuesta: $x = 6$.)

U03-24

Resuelve $\dfrac{2}{x-2} = \dfrac{1}{x+1}$.

(Respuesta: $x = -4$.)

U03-25

Resuelve $\dfrac{x^2-1}{x-1} = 2$.

(Respuesta: $\varnothing$.)

U03-26

Resuelve $\dfrac{x^2-9}{x-3} = 0$.

(Respuesta: $x = -3$.)

U03-27

Resuelve $\dfrac{x-1}{x+2} = 1$.

(Respuesta: $\varnothing$.)

Resumen del capítulo

Excluir denominadores nulos → multiplicar en cruz → resolver → comprobar en la ecuación inicial.

Capítulo 7

Ecuaciones con radicales

7.1 Condiciones antes de elevar al cuadrado

La raíz cuadrada es no negativa. En $\sqrt{A(x)} = B(x)$ se necesita $A(x) \geq 0$ y $B(x) \geq 0$. Elevar al cuadrado genera una ecuación de candidatas; se comprueba cada una en la original.

Ejemplo resuelto

$\sqrt{x+5} = x-1$. Se exige $x \geq 1$. Al cuadrar: $x+5 = (x-1)^2$, luego $x^2-3x-4 = 0$. Las candidatas son $4, -1$. Solo 4 cumple: $\sqrt{9} = 3 = 4-1$; -1 daría $2 = -2$, falso.

7.2 Cuando el radical no está aislado

Ejemplo resuelto

$\sqrt{2x+3}+1 = 4$ se transforma primero en $\sqrt{2x+3} = 3$. Al cuadrar, $2x+3 = 9$ y $x = 3$. Volvemos a la original: $3+1 = 4$.

Atención

De $a = b$ se deduce $a^2 = b^2$, pero al revés no siempre: $3^2 = (-3)^2$ aunque $3 \neq -3$. Esta es la razón de las soluciones extrañas.

7.3 Practica y razona

U03-28

Resuelve $\sqrt{x+5} = x-1$.

(Respuesta: $x = 4$.)

U03-29

Resuelve $\sqrt{2x+3} = x$.

(Respuesta: $x = 3$.)

U03-30

Resuelve $\sqrt{x-1} = x-3$.

(Respuesta: $x = 5$.)

U03-31

Resuelve $\sqrt{3x+4} = x+2$.

(Respuesta: $x = -1$ o $x = 0$.)

Resumen del capítulo

Aislar radical → condiciones de signo → cuadrar → resolver candidatas → comprobar todas.

Capítulo 8

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

8.1 Igualar bases o aplicar logaritmos

Para $a > 0$, $a \neq 1$, $a^u = a^v$ implica $u = v$. Si no se puede escribir ambos miembros con la misma base, se usa el cambio de base.

Ejemplo resuelto

$3^{x-1} = 27 = 3^3$ da $x = 4$. Para $7^x = 20$, $x \log 7 = \log 20$ y $x = \log 20 / \log 7 \approx 1{,}5395$.

8.2 Argumentos positivos

En una ecuación logarítmica cada argumento debe ser positivo antes de aplicar propiedades. La suma de logaritmos puede convertirse en el logaritmo del producto, pero el dominio original se conserva.

Ejemplo resuelto

$\log(x) + \log(x-1) = \log 6$. El dominio es $x > 1$. Se obtiene $x(x-1) = 6$, con candidatas $3, -2$. Solo 3 pertenece al dominio.

Ejemplo resuelto

$\log_2(x-1) = 3$ exige $x > 1$ y equivale a $x - 1 = 8$, de donde $x = 9$.

Las sumas de logaritmos de este apartado no son sumas de fracciones algebraicas; se mantiene la restricción acordada para las ecuaciones racionales.

8.3 Practica y razona

U03-32

Resuelve $2^{x+1} = 16$ y $4^x = 2^{x+3}$.

(Respuesta: $x = 3$ en ambas.)

U03-33

Resuelve $5^{2x} = 125$ y $7^x = 20$.

(Respuesta: $x = 3/2$; $x = \log 20/\log 7 \approx 1{,}5395$.)

U03-34

Resuelve $\log_3(x-2) = 2$.

(Respuesta: $x = 11$.)

U03-35

Resuelve $\log(x) + \log(x-1) = \log 6$.

(Respuesta: $x = 3$.)

Resumen del capítulo

Potencias: base común o logaritmos. Logaritmos: dominio primero, propiedades después y comprobación al final.

Capítulo 9

Sistemas lineales de dos ecuaciones

9.1 Sustitución, igualación y reducción

Resolver un sistema exige una pareja que verifique a la vez las dos ecuaciones. Puede elegirse el método más eficiente según sus coeficientes.

Ejemplo resuelto

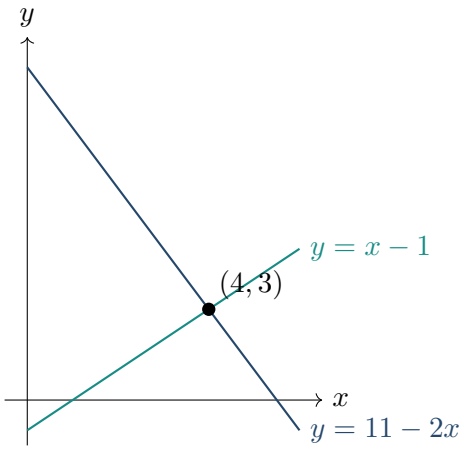
Para $2x + y = 11$, $x - y = 1$: por sustitución, $y = x - 1$ y $2x + x - 1 = 11$; por igualación, $y = 11 - 2x = x - 1$; por reducción, sumar las dos ecuaciones da $3x = 12$. En los tres casos, $(x, y) = (4, 3)$, que verifica $8 + 3 = 11$ y $4 - 3 = 1$.

9.2 Interpretación gráfica y clasificación

En los sistemas considerados, cada ecuación con al menos un coeficiente no nulo representa una recta. Rectas secantes: SCD, una pareja. Coincidentes: SCI, infinitas parejas. Paralelas distintas: SI, ninguna pareja.

Ejemplo resuelto

$x + y = 4$, $2x + 2y = 8$ representan la misma recta: soluciones $(t, 4 - t)$, $t \in \mathbb{R}$. En $x + y = 2$, $2x + 2y = 5$, duplicar la primera daría $2x + 2y = 4$, incompatible con 5: no hay solución.



9.3 Practica y razona

U03-36

Resuelve por sustitución $x + y = 8$, $x - y = 2$.

(Respuesta: $(5, 3)$.)

U03-37

Resuelve por igualación $2x + y = 7$, $x + y = 4$.

(Respuesta: $(3, 1)$.)

U03-38

Resuelve por reducción $2x + y = 10$, $x - 2y = 0$.

(Respuesta: $(4, 2)$.)

U03-39

Clasifica y resuelve $x + 2y = 5$, $2x + 4y = 10$.

(Respuesta: SCI: $(5 - 2t, t)$ con $t \in \mathbb{R}$.)

U03-40

Clasifica $x + y = 2$, $2x + 2y = 5$.

(Respuesta: SI: ninguna solución.)

Resumen del capítulo

Pareja solución → verifica dos ecuaciones. Secantes: SCD; coincidentes: SCI; paralelas distintas: SI.

Capítulo 10

Sistemas no lineales sencillos

10.1 Sustituir y recuperar cada pareja

Al aparecer productos, cuadrados u otras relaciones, el sistema puede tener más de una pareja solución. Una raíz de la ecuación reducida todavía no es una pareja completa: se recupera la otra incógnita y se comprueban ambas ecuaciones.

Ejemplo resuelto

$x+y=5$, $xy=6$. Sustituimos $y=5-x$: $x(5-x)=6$, luego $x^2-5x+6=0$, con raíces $2, 3$. Dan las parejas $(2,3)$ y $(3,2)$, diferentes como pares ordenados.

10.2 Conectar con Viète y la geometría

Si se conoce suma S y producto P, los valores de x, y son raíces de $t^2-St+P=0$. En sistemas como $x^2+y^2=25$ y $x+y=7$, la identidad $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ da $49=25+2xy$, por tanto $xy=12$ y las parejas son $(3,4), (4,3)$.

Atención

El orden de las coordenadas importa. Una intersección visual es una estimación hasta que se comprueba algebraicamente.

10.3 Practica y razona

U03-41

Resuelve $x+y=7$, $xy=12$.

(Respuesta: $(3,4), (4,3)$.)

U03-42

Resuelve $x-y=1$, $xy=6$.

(Respuesta: $(3,2), (-2,-3)$.)

U03-43

Resuelve $x+y=0$, $x^2+y^2=18$.

(Respuesta: $(3,-3),(-3,3)$.)

U03-44

Resuelve $x^2+y^2=25$, $x+y=7$.

(Respuesta: $(3,4),(4,3)$.)

Resumen del capítulo

Sustituir o usar suma-producto → resolver la cuadrática → recuperar parejas → comprobar ambas ecuaciones.

Capítulo 11

Problemas contextualizados

11.1 Del enunciado a las ecuaciones

Identifica incógnitas y unidades; traduce todas las condiciones; resuelve; descarta lo incompatible con el contexto y redacta una respuesta. Las edades, longitudes o cantidades de objetos pueden imponer restricciones adicionales.

Ejemplo resuelto

Entradas. Se venden 120 entradas, generales de 8 euros y reducidas de 5, por 780 euros. Con $g + r = 120$ y $8g + 5r = 780$, restamos cinco veces la primera: $3g = 180$. Se obtienen $g = r = 60$, enteros no negativos, y la recaudación se comprueba.

Ejemplo resuelto

Rectángulo. Área 48 m^2 y largo dos metros mayor que el ancho x. El modelo es $x(x + 2) = 48$ con $x > 0$. Resolver $x^2 + 2x - 48 = 0$ da $6, -8$; solo 6 es una anchura. Dimensiones 6×8 m.

11.2 Movimiento sin sumas de fracciones algebraicas

Se usarán relaciones $d = vt$ o sistemas con tiempos comunes. Si aparece una velocidad desconocida en un denominador, se limitará a una sola fracción igualada a un número, conforme al alcance aprobado.

11.3 Tarea en parejas

Una persona propone el modelo y otra revisa cada condición; después intercambian roles. Registrad un error detectado y su corrección. La contribución individual se observa en el proceso, no se deduce solo del resultado final.

11.4 Practica y razona

U03-45

Dos hermanos suman 28 años y el mayor tiene cuatro más. ¿Qué edades tienen?

(Respuesta: 16 y 12 años.)

U03-46

Se venden 40 cuadernos de 3 y 5 euros y se recaudan 156 euros. ¿Cuántos hay de cada tipo?

(Respuesta: 22 de 3 euros y 18 de 5.)

U03-47

Un rectángulo tiene área 48 m^2 y lados que difieren 2 m. Halla las dimensiones.

(Respuesta: 6 y 8 m.)

U03-48

Al aumentar 3 cm el lado de un cuadrado, el área crece 45 cm^2. Halla el lado original.

(Respuesta: 6 cm.)

U03-49

Se mezclan 10 kg de productos de 8 y 14 euros/kg para obtener una mezcla de 11,60 euros/kg. ¿Cuántos kg de cada uno?

(Respuesta: 4 kg del primero y 6 del segundo.)

U03-50

Dos ciclistas parten de extremos separados 180 km y van uno hacia otro a 30 y 60 km/h. ¿Cuándo se encuentran y cuánto recorre cada uno?

(Respuesta: 2 h; 60 y 120 km.)

U03-51

Un vehículo recorre 180 km en 3 h a velocidad constante. Plantea $180/v = 3$ y resuelve.

(Respuesta: 60 km/h.)

Resumen del capítulo

Incógnitas y unidades → modelo → resolución → restricciones → respuesta comprobada.

Capítulo 12

Calculadora: resolver y comprobar

12.1 Ecuaciones polinómicas

En fx-991SP CW: HOME, Ecuación, Polinómica; en fx-570SP X II: MENU, Ecuación/Func, Polinómica. Selecciona segundo grado e introduce a, b, c de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Para $2x^2 - 5x - 3 = 0$, los datos son $2, -5, -3$; se esperan $3, -1/2$.

12.2 Sistemas lineales

En las mismas aplicaciones de ecuaciones, elige el tipo de sistema lineal con dos incógnitas. Introduce los coeficientes de $ax + by = c$, fila por fila. Para $2x + y = 11$, $x - y = 1$, las filas son $(2, 1, 11)$ y $(1, -1, 1)$: resultado $(4, 3)$.

12.3 Interpretar la salida

La máquina no decide si una raíz negativa sirve como longitud ni conserva por ti las restricciones de una ecuación racional transformada. Tampoco hay que aceptar una candidata de una ecuación con radicales sin comprobarla. En las aplicaciones de resolución numérica, encontrar una raíz no certifica que se hayan encontrado todas.

12.4 Registro de comprobación

Anota ecuación original, coeficientes introducidos, salida y comprobación. Compara suma y producto con Viète. Las funciones y accesos básicos se han contrastado con documentación oficial; no se han probado en hardware físico.

12.5 Practica y razona

U03-52

Indica los coeficientes que introducirías para $3x^2 + 9 = 12x$ y sus raíces.

(Respuesta: $a = 3, b = -12, c = 9$; raíces $1, 3$.)

U03-53

Una calculadora encuentra la candidata 1 al transformar $(x^2-1)/(x-1)=2$. ¿La aceptas?

(Respuesta: No.)

Resumen del capítulo

Ordenar antes de introducir coeficientes → resolver → comparar con Viète → comprobar dominio y contexto.

Formulario y mapa de resolución

A.1 Ecuaciones

Lineal: $ax = b$, con $a \neq 0$, da $x = b/a$. Si $a = 0$, comprobar si la igualdad numérica es cierta o falsa.

Cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac, \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Δ	Raíces reales distintas	Gráfica
Positivo	Dos	Dos cortes con X
Cero	Una, doble	Contacto en vértice
Negativo	Ninguna	Sin cortes con X

Cardano–Viète, para raíces reales contando la doble: $x_1 + x_2 = -b/a$, $x_1 x_2 = c/a$. Construcción con suma S y producto P: $x^2 - Sx + P = 0$.

Producto nulo: $AB = 0 \iff A = 0$ o $B = 0$. Bicuadrada: $t = x^2 \geq 0$; si $t > 0$, volver con $x = \pm\sqrt{t}$; si $t = 0$, $x = 0$; si $t < 0$, no aporta soluciones reales.

A.2 Dominio y operaciones

Tipo	Procedimiento y condiciones
Racional	Una fracción por miembro o una fracción igualada a un número. Excluir denominadores nulos; multiplicar en cruz y comprobar. Sin sumas ni restas de fracciones algebraicas.
Radical	Para $\sqrt{A(x)} = B(x)$, exigir $A(x) \geq 0$, $B(x) \geq 0$. Aislar, cuadrar y comprobar cada candidata en la original.
Exponencial	Para base $a > 0, a \neq 1$, $a^u = a^v$ da $u = v$. Si $a^x = b > 0$, $x = \log b / \log a$.
Logarítmica	Cada argumento debe ser positivo. Aplicar definición o propiedades y comprobar que se conserva el dominio original.

A.3 Sistemas y problemas

Lineales 2×2: sustitución, igualación o reducción. SCD: una pareja y rectas secantes. SCI: infinitas parejas y rectas coincidentes. SI: ninguna y rectas paralelas distintas. No lineales: sustituir, resolver y recuperar todas las parejas; verificar ambas ecuaciones.

Resumen del capítulo

Identificar estructura → anotar restricciones → elegir método → resolver todas las candidatas → comprobar y contextualizar.

Apéndice B

Práctica global

Resuelve con el método acordado, explica cada paso y comprueba tus resultados.

U03-G01

Resuelve $4(x-2)=2x+6$.

(Respuesta: $x=7$.)

U03-G02

Clasifica y resuelve $x^2-6x+9=0$; describe su gráfica sobre el eje X.

(Respuesta: $x=3$ doble; contacto en $(3,0)$.)

U03-G03

Construye una ecuación mónica de raíces $1/2$ y 4, y otra equivalente con coeficientes enteros.

(Respuesta: $x^2-(9/2)x+2=0$; $2x^2-9x+4=0$.)

U03-G04

Resuelve $x^4-5x^2+4=0$.

(Respuesta: $\pm1, \pm2$.)

U03-G05

Resuelve $(x+2)/x=5/3$.

(Respuesta: $x=3$.)

U03-G06

Resuelve $\sqrt{x+6}=x$.

(Respuesta: $x=3$.)

U03-G07

Resuelve $\log_2(x+1) = 3$ y $3^{2x} = 81$.

(Respuesta: $x = 7$ y $x = 2$.)

U03-G08

Se venden 120 entradas de 8 y 5 euros por 780 euros. Calcula cuántas de cada tipo.

(Respuesta: 60 de cada tipo.)

Apéndice C

Autoevaluación de 20 preguntas

Una sola respuesta correcta. Anota tus elecciones y justifica las que te hayan generado dudas. La clave está exclusivamente en el documento docente.

Pregunta 1

$x^2 = 9$ tiene soluciones:

A) $x = 3$

B) $x = -3$

C) $x = \pm 3$

D) Ninguna

Pregunta 2

$2(x + 1) = 2x + 2$ es:

A) Identidad

B) Incompatible

C) Solo cierta para cero

D) Cuadrática

Pregunta 3

La solución de $5x - 12 = 3x + 4$ es:

A) -8

B) 4

C) 2

D) 8

Pregunta 4

Si $\Delta > 0$ en una cuadrática, hay:

A) Ninguna raíz real

B) Dos raíces reales distintas

C) Una raíz doble

D) Infinitas raíces

Pregunta 5

Si $\Delta = 0$, la parábola:

A) No corta el eje X

B) Tiene dos cortes distintos

C) Toca el eje X en el vértice

D) Es una recta

Pregunta 6

Para $x^2 + 4x + 8 = 0$, el número de raíces reales es:

A) Cero

B) Una

C) Dos

D) Infinitas

Pregunta 7

La suma de raíces de $2x^2 - 5x - 3 = 0$ es:

A) -5

B) $-5/2$

C) 5

D) $5/2$

Pregunta 8

El producto de esas raíces es:

A) -3

B) $-3/2$

C) $3/2$

D) $5/2$

Pregunta 9

Una ecuación mónica de raíces 2 y 5 es:

A) $x^2 + 7x + 10 = 0$

B) $x^2 - 10x + 7 = 0$

C) $x^2 - 7x + 10 = 0$

D) $x^2 - 7x - 10 = 0$

Pregunta 10

En una bicuadrada se usa:

A) $t = x^2 \geq 0$

B) $t = x$

C) $t = -x^2 > 0$

D) $t = 1/x$

Pregunta 11

$x^4 + x^2 - 2 = 0$ tiene soluciones reales:

A) $\pm\sqrt{2}$

B) $\pm 1, \pm\sqrt{2}$

C) Ninguna

D) ± 1

Pregunta 12

En $(x + 1)/(x - 2) = 2$ se excluye:

A) -1

B) 2

C) 0

D) 5

Pregunta 13

La multiplicación en cruz de $2/(x-2) = 1/(x+1)$ da:

A) $2(x-2) = x+1$

B) $2 = x-2$

C) $2(x+1) = x-2$

D) $2x = x+1$

Pregunta 14

La ecuación $(x^2-1)/(x-1) = 2$ tiene:

A) Ninguna solución

B) Solo 1

C) Solo -1

D) Todas las reales

Pregunta 15

Al elevar al cuadrado una ecuación con radicales:

A) Toda candidata es válida

B) Se eliminan siempre raíces

C) No hace falta dominio

D) Hay que comprobar en la original

Pregunta 16

$\log_3(x-2) = 2$ tiene solución:

A) 9

B) 11

C) 7

D) 4

Pregunta 17

Dos rectas coincidentes forman un sistema:

A) SCD

B) SI

C) SCI

D) Sin ecuaciones

Pregunta 18

Una reducción que da $0 = 5$ indica:

A) SI

B) SCI

C) SCD

D) Una raíz doble

Pregunta 19

$x + y = 5$, $xy = 6$ tiene parejas:

A) Solo $(2, 3)$

B) Solo $(3, 2)$

C) $(1, 6), (6, 1)$

D) $(2, 3), (3, 2)$

Pregunta 20

Una raíz negativa obtenida para el ancho de un rectángulo:

A) Se acepta siempre

B) Se descarta por el contexto

C) Se convierte en positiva sin explicar

D) Es siempre doble

Revisión personal

Selecciona dos respuestas y explica el procedimiento. Anota un error detectado y una acción concreta para mejorar. No cambies la respuesta sin explicar qué has revisado.